

Министерство образования Иркутской области  
ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет»  
Педагогический институт. Факультет компьютерных наук

**IV региональный творческий конкурс учителей математики**

*1 этап, 1–10 марта 2015 года*

*Внимание! Если у задачи несколько ответов, их нужно перечислить через точку с запятой.*

1. Два существа Упёнок и Прустик начали одновременно есть яд из одной тарелки. Если бы Упёнок ел со скоростью Прустика, то процесс еды длился бы на 4 минуты дольше, а если бы, наоборот, Прустик ел со скоростью Упёнка — то сократился бы на 1 минуту. За сколько секунд яд был полностью съеден?
2. Внутри прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  отмечена точка  $P$  так, что  $PA = 10$ ,  $PB = 6$ ,  $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA$ . Найдите значение  $PC$ .
3. Какое наименьшее положительное нечётное число, у которого число положительных делителей (включая само число и 1) такое же, как у числа 360?
4. Действительные различные числа  $x$  и  $y$  являются решениями уравнений  $x^3 = 13x + 3y$ ,  $y^3 = 3x + 13y$ . Найдите  $(x^2 - y^2)^2$ .
5. Квадратный трёхчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^3 - f(x)$  имеет ровно три действительных корня. Найдите  $y_0^2 + 4$ , где  $y_0$  — ордината вершины графика этого трёхчлена.
6. Пусть  $m$  — наименьшее натуральное число такое, что  $m = (n + k)^3$ , где  $n$  — целое и  $0 < k < \frac{1}{1000}$ . Найдите  $n$ .
7. На доске написаны несколько различных чисел. Известно, что сумма любых трёх написанных чисел рациональна, а сумма любых двух написанных чисел — иррациональна. Какое наибольшее количество чисел может быть написано на доске?
8. Дан треугольник  $ABC$  такой, что  $AB^2 - BC^2 = AC \cdot BC$ . Во сколько раз угол  $A$  меньше угла  $C$ ?
9. Параллелограмм разбит прямыми, из которых 14 параллельны одной его стороне, а 19 — другой стороне, на части. На какое наибольшее число частей можно разбить параллелограмм, если провести еще одну прямую (необязательно параллельную сторонам)?
10. Фишка бьёт по вертикали и горизонтали на чётное число клеток. Какое наибольшее число не бьющих друг друга фишек можно расставить на доске  $7 \times 7$ ?